

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TOÁN HỌC CAO CẤP

A₂

SÁCH ĐẲNG
SUS PHẠM

sp



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

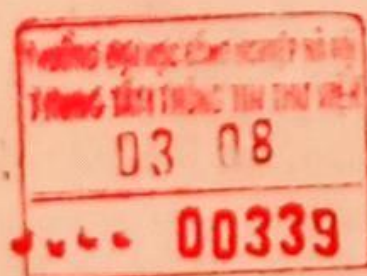
BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỒ DÌNH THANH - NGUYỄN PHÚC THUẬN



TOÁN HỌC CAO CẤP (A2)

*Dùng cho sinh viên CDSP học vật lí
(Tái bản lần thứ nhất)*



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

Chương V

ĐẠI CƯƠNG VỀ TẬP HỢP VÀ KHÁI NIỆM VỀ SỐ

§1. TẬP HỢP

Tập hợp là khái niệm không được định nghĩa. Ta có thể hình dung khái niệm đó bằng cách đưa ra các ví dụ. Chẳng hạn như ta nói về tập hợp các học sinh của một lớp, tập hợp các quân cờ của một bộ quân cờ, v.v...

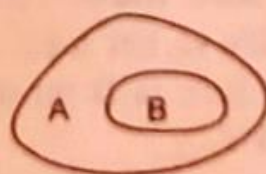
Khi ta nói tập hợp các học sinh của một lớp thì các học sinh là các phần tử của tập hợp. Còn nếu nói tập hợp các lớp của một trường thì các lớp là các phần tử của tập hợp. Nói chung một tập hợp bao gồm nhiều phần tử. Để chỉ rằng tập hợp A gồm các phần tử a, b, c, \dots ta dùng kí hiệu $A = \{a, b, c, \dots\}$.

Khi số phần tử một tập hợp là hữu hạn thì ta có tập hợp hữu hạn. Ngược lại số phần tử là vô hạn thì ta có tập hợp vô hạn. Cũng có thể nói về một tập hợp đặc biệt : tập hợp không chứa một phần tử nào. Khi đó ta có tập hợp rỗng. Tập hợp rỗng được kí hiệu là ϕ .

Để chỉ rằng x là phần tử của tập hợp A ta dùng kí hiệu $x \in A$ và đọc là "x thuộc A". Nếu x không phải là phần tử của A ta kí hiệu $x \notin A$ và đọc là "x không thuộc A". Muốn mô tả một cách cụ thể các phần tử của tập hợp A có tính chất α nào đó thì ta viết $A = \{x : x \text{ có tính chất } \alpha\}$.

Hai tập hợp A, B được gọi là bằng nhau và kí hiệu là $A = B$, khi và chỉ khi hai tập hợp đó cùng chứa số phần tử như nhau, nghĩa là mỗi phần tử của A cũng là một phần tử của B và mỗi phần tử của B cũng là một phần tử của A . Hai tập hợp A, B không thỏa mãn điều kiện nói trên gọi là hai tập hợp không bằng nhau và kí hiệu là $A \neq B$.

Bây giờ hãy xét một tập hợp A và lấy riêng ra một số phần tử A cũng có chung những tính



$$A \supset B$$

Hình 5.1

MỤC LỤC

Trang

Chương V

ĐẠI CƯƠNG VỀ TẬP HỢP VÀ KHÁI NIỆM VỀ SỐ

§1. Tập hợp	3
§2. Các kí hiệu logic	4
§3. Các phép toán trên tập hợp	6
§4. Tích Descartes	9
§5. Ảnh xạ	9
§6. Tập các số thực	11
§7. Một số tính chất của số thực	13
§8. Biểu diễn hình học số thực	14
§9. Giá trị tuyệt đối của số thực	17
§10. Tập các số phức	18
§11. Các phép tính cộng, trừ, nhân, chia trên số phức	20
§12. Nâng lên lũy thừa và khai căn số phức	22
§13. Một vài chú ý cần thiết	24
Bài tập chương V.	26

Chương VI

HÀM SỐ

§1. Khái niệm hàm số.	27
§2. Đồ thị của hàm số	28
§3. Các phương pháp cho hàm số	29
§4. Hàm bị chặn - hàm không bị chặn	30
§5. Hàm đơn điệu	32
§6. Hàm chẵn - hàm lẻ	33
§7. Hàm tuần hoàn	34
§8. Hàm ngược	35
§9. Các hàm sơ cấp cơ bản	36
§10. Hàm hợp - hàm sơ cấp	40
§11. Phân lớp các hàm sơ cấp	41
Bài tập chương VI	42

Chương VII

LÍ THUYẾT GIỚI HẠN

§1. Khái niệm dãy số và giới hạn của dãy số	45
§2. Các định lí về giới hạn của dãy số	46

	<i>Trang</i>
§3. Số e và logarit tự nhiên	47
§4. Các phép tính về giới hạn của dãy số	49
§5. Giới hạn của hàm số khi $x \rightarrow a_0$	50
§6. Giới hạn của hàm số khi $x \rightarrow \infty$	53
§7. Các định lý về giới hạn của hàm số	54
§8. Giới hạn của $\frac{\sin x}{x}$ khi $x \rightarrow 0$	56
§9. Giới hạn của $(1 + \frac{1}{x})^x$ khi $x \rightarrow \infty$	58
§10. Các phép tính về giới hạn của hàm số	59
§11. Đại lượng vô cùng lớn và đại lượng vô cùng bé	62
§12. Các phép toán và các định lý về các vô cùng lớn và vô cùng bé.	65
§13. So sánh các vô cùng lớn và các vô cùng bé	66
§14. Hàm số liên tục	69
§15. Một số tính chất của hàm liên tục	71
§16. Hàm liên tục và sự tồn tại hàm ngược	73
§17. Tính liên tục của các hàm sơ cấp cơ bản và các hàm sơ cấp	74
<i>Bài tập chương VII</i>	76

Chương VIII

ĐẠO HÀM VÀ VI PHÂN CỦA HÀM SỐ MỘT BIẾN SỐ

§1. Vận tốc tức thời của một chất điểm chuyển động	79
§2. Tiếp tuyến với một đường cong	80
§3. Định nghĩa đạo hàm	82
§4. Các quy tắc lấy đạo hàm đơn giản	83
§5. Đạo hàm của hàm lượng giác	85
§6. Đạo hàm của hàm hợp	85
§7. Đạo hàm của hàm logarit.	87
§8. Phương pháp đạo hàm logarit. Đạo hàm của hàm lũy thừa và hàm mũ	89
§9. Đạo hàm của hàm ngược	90
§10. Đạo hàm của hàm lượng giác ngược	92
§11. Đạo hàm của hàm cho theo tham số	94
§12. Hàm ẩn - Đạo hàm của hàm ẩn	95
§13. Hàm hypebôn và đạo hàm của hàm hypebôn	96
§14. Các công thức cơ bản của đạo hàm	98
§15. Đạo hàm cấp cao - Công thức Leibniz	100
§16. Ý nghĩa vật lý của đạo hàm cấp hai	102
§17. Vi phân của hàm số	103

	Trang
§18. Một số hệ quả vi phân của hàm số và đạo hàm	108
§19. Ý nghĩa hình học và vật lý của vi phân	108
§20. Tính bất biến dạng của vi phân	109
§21. Vi phân và tính gần đúng	108
§22. Vi phân cao cấp	109
§23. Định lý Rolle (ROLLE)	111
§24. Định lý Lagrange	113
§25. Định lý Cauchy (CAUCHY)	114
Bài tập chương VIII	115

Chương IX
TÍNH TRUNG CỦA PHÉP TÍCH VI PHÂN

§1. Khai triển dạng Taylor $\frac{0}{0}$	119
§2. Khai triển dạng Taylor $\frac{\infty}{\infty}$	121
§3. Khai triển các dạng bất định khác	124
§4. Công thức Taylor (TAYLOR)	126
§5. Công thức gần đúng e^x , $\sin x$, $\cos x$	128
§6. Tính tăng, giảm của hàm.	131
§7. Cực trị của hàm và đạo hàm cấp một	
Quy tắc thứ nhất	133
§8. Khảo sát cực trị của hàm nhờ đạo hàm cấp hai	137
§9. Khảo sát cực trị của hàm nhờ đạo hàm cấp cao	139
§10. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm trên một đoạn	140
§11. Tính lồi và lõm của đường cong - Điểm uốn	141
§12. Các tiệm cận của đường cong	144
§13. Đồ thị của hàm số	147
Bài tập chương IX	150

Chương X
TÍCH PHÂN BẤT ĐỊNH

§1. Nguyên hàm và tích phân bất định	153
§2. Các tính chất cơ bản của tích phân	155
§3. Bảng các tích phân cơ bản	155
§4. Các quy tắc tích phân đơn giản nhất	157
§5. Tích phân bằng phương pháp đổi biến	159
§6. Phương pháp tích phân phần đoạn	163
§7. Tích phân các phân thức hữu tỉ đơn giản	166

	<i>Trang</i>
§8. Phân tích phân thức hữu tỉ thực sự. Trường hợp mẫu thức chỉ có nghiệm thực.	169
§9. Phân tích phân thức hữu tỉ thực sự. Trường hợp mẫu thức chỉ có nghiệm phức.	171
§10. Tích phân các phân thức hữu tỉ	173
§11. Tích phân một vài lớp hàm vô tỉ	177
§12. Tích phân các hàm lượng giác	179
§13. Phép thế lượng giác và phép thế Hejstbom để tính tích phân dạng $\int \frac{P(x)}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx$	180
<i>Bài tập chương X</i>	182

Chương XI
TÍCH PHÂN XÁC ĐỊNH

§1. Diện tích của hình thang cong	191
§2. Định nghĩa tích phân xác định	194
§3. Một số tính chất của tích phân xác định	199
§4. Công thức Niuton - Leibniz	203
§5. Công thức tích phân phần đoạn trong tích phân xác định	206
§6. Công thức đổi biến trong tích phân xác định	209
§7. Tích phân có cận vô hạn	211
§8. Các dấu hiệu hội tụ của tích phân có cận vô hạn	214
§9. Tích phân của hàm không bị chặn	215
§10. Các dấu hiệu hội tụ của tích phân các hàm không bị chặn	219
§11. Tích phân phụ thuộc tham số	221
§12. Tính diện tích của một hình phẳng bằng tích phân xác định	225
§13. Tính chiều dài của một cung phẳng bằng tích phân xác định	230
§14. Tính diện tích một mặt tròn xoay	232
§15. Tính thể tích một vật thể	234
§16. Tính công của một lực	236
<i>Bài tập chương XI</i>	239